

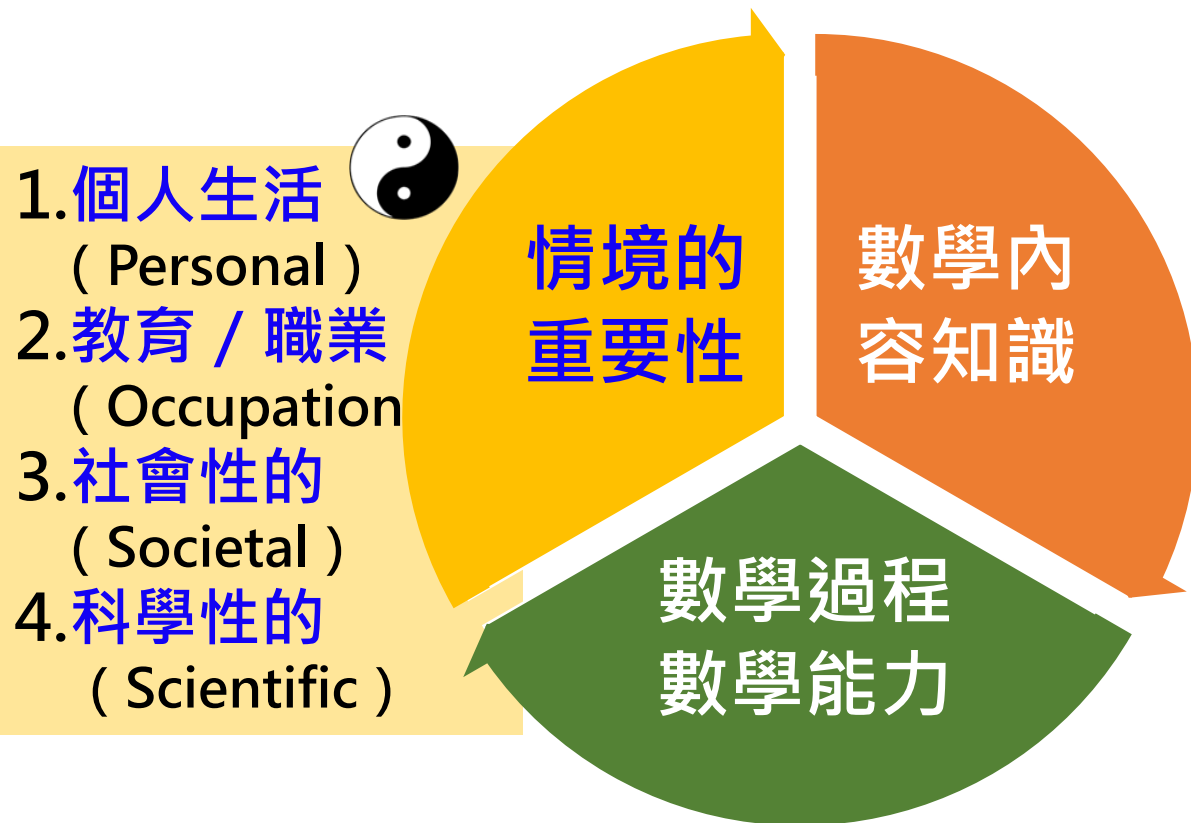
師生共構學涯與職涯交會的最後一哩路- 以發展數學教學實務知識為脈絡

國立臺南大學 應用數學系 陳致澄 教授



素養導向試題設計-PISA觀點

- PISA 所提**數學素養** (mathematical literacy)的**基本內涵**：
個人在各種不同的**情境**底下，能運用推理、概念、程序、事實、工具等，**解決數學問題**的能力。



1. 變化與關係 (change and relationships)
2. 空間與圖形 (space and shape)
3. 量 (quantity)
4. 不確定性 (uncertainty)

1. 將**情境轉化**為數學問題
2. 能**應用**數學**概念**、**事實**、**程序**及**推理**解題
3. 能**解讀**、**應用**、**評估**數學結果

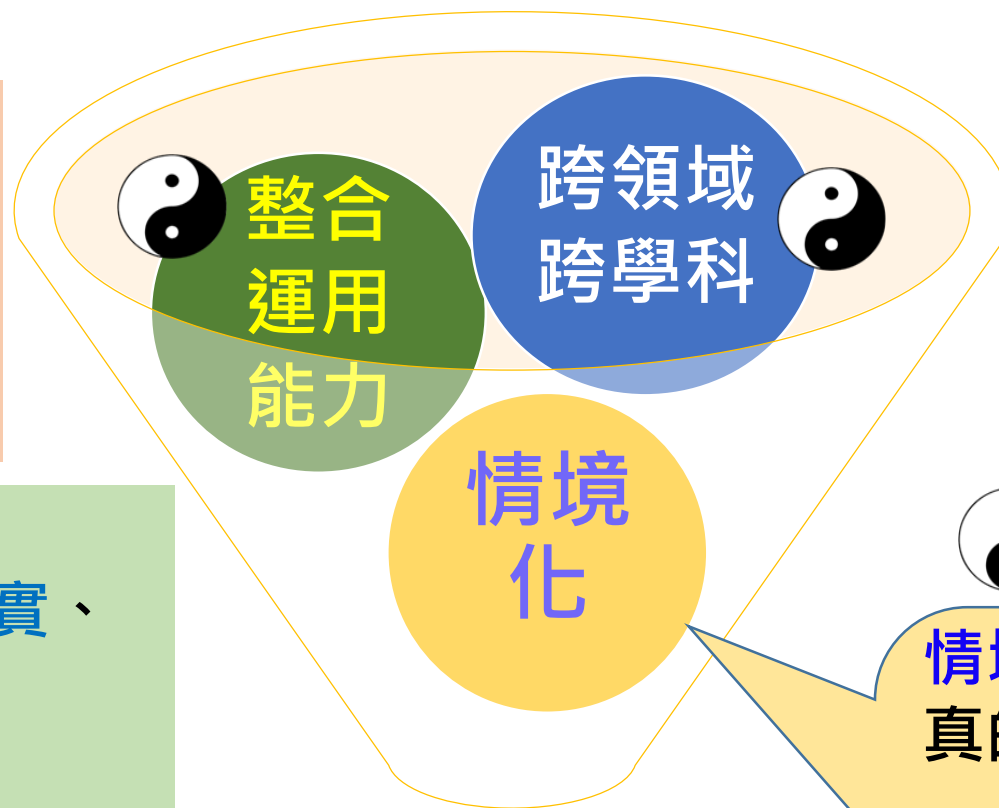
素養的意涵-兼論素養命題

1. 變化與關係
2. 空間與圖形
3. 量
4. 不確定性

符應108課綱

1. 數學推理
能應用數學概念、事實、
程序及推理進行解題

2. 問題解決
能解讀、應用、評估數學
結果



素養命題

1. 個人生活 (Personal)
2. 教育 / 職業
(Occupational)
3. 社會性的 (Societal)
4. 科學性的 (Scientific)

 情境首重真實，真的會發生，真的能經驗。

雖然素養試題不必然以長題幹與題組的方式命題，不過較高強度的素養試題（高品質的「情境題」）的確會傾向於以較長題幹或題組的方式來命題…

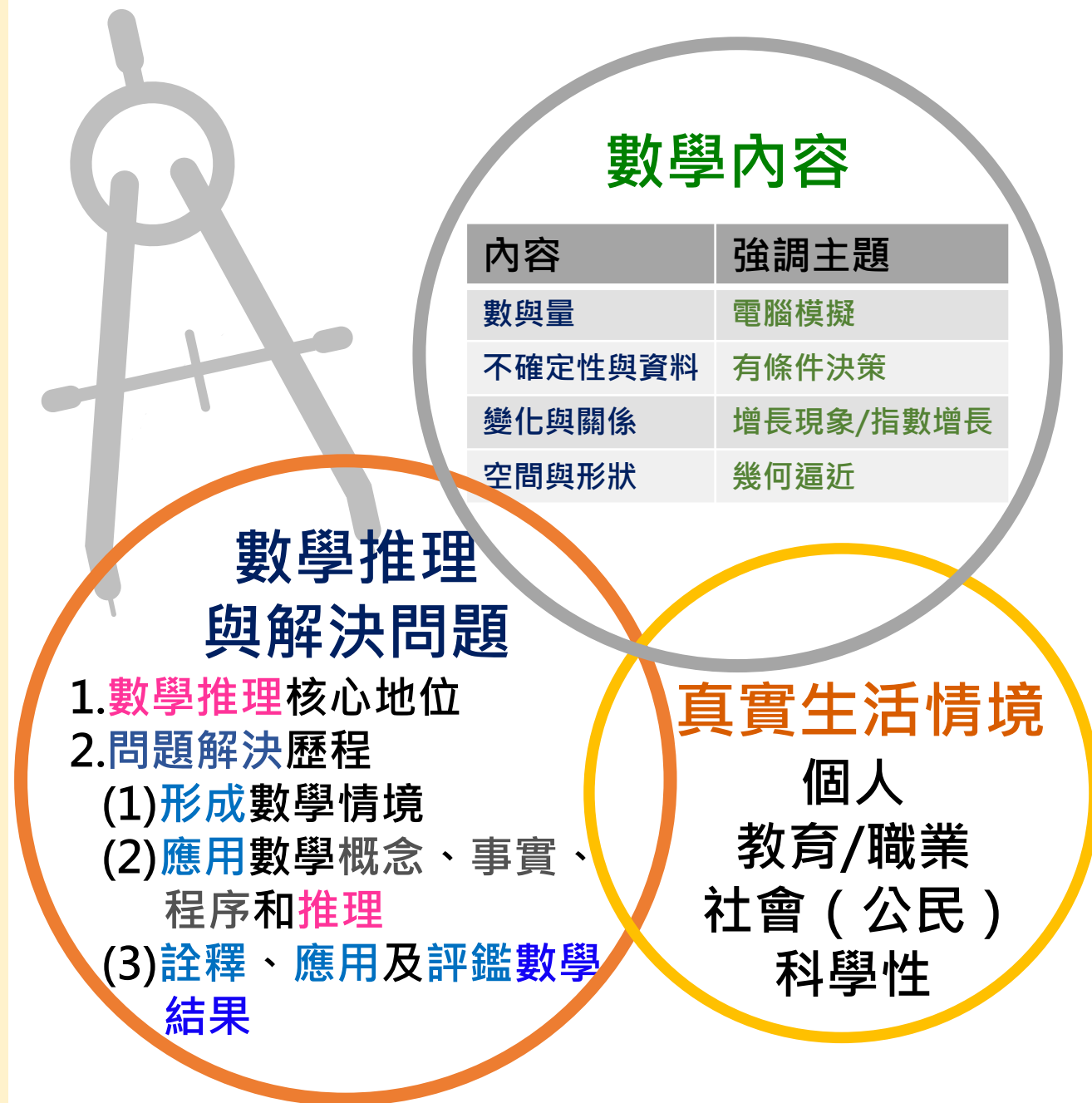
PISA 2022 數學素養 之三大向度

A 數學推理與解決問題

B 數學內容

C 真實生活情境中的挑戰

情境	說明
個人	和個體及家庭日常生活有關
職業	和工作場合有關
社會	和個體的社群有關聯，包括區域、國家、全球性
科學	在科學或者科技情境中運用數學





素養導向試題設計-PISA觀點

個人	與自我、家庭或同儕團體相關的議題。例如：食物準備、購物、遊戲、個人健康、個人交通、運動、旅遊、個人行程安排和個人理財。
職業	職場相關的議題。例如：建築物的測量、成本和材料訂購，工資/會計、質量控制調度/庫存、設計/架構、以及與工作相關的決策。
社會	與社群相關的議題。例如：投票制度、公共交通、政府、公眾政策、人口統計、廣告。
科學	有關數學如何應用在自然界、科學與科技的議題。例如：天氣或氣候、生態、醫學、太空科學、遺傳學和測量等領域。

★必須是學生會接觸到的範圍

數學素養問題檢核表

數學內容	情境脈絡	解題步驟	數學力
☐ 數與量 ☐ 不確定性與資料 ☐ 變化和關係 ☐ 空間與形狀	☐ 個人的 ☐ 教育 / 職業的 ☐ 社會 (公民) 的 ☐ 科學性的	☐ 將情境問題轉化成數學問題 ☐ 使用數學概念、事實、步驟和推理 ☐ 詮釋、應用及評鑑數學結果	☐ 情境與數學間的溝通 ☐ 問題數學化 ☐ 使用及轉換表徵 ☐ 推理和論述 ☐ 發展策略 ☐ 使用符號、形式及術語與運算 ☐ 使用數學輔助工具

國前署推薦素養優良試題

<https://ghresource.mt.ntnu.edu.tw/nss/p/MathematicsApproach05>

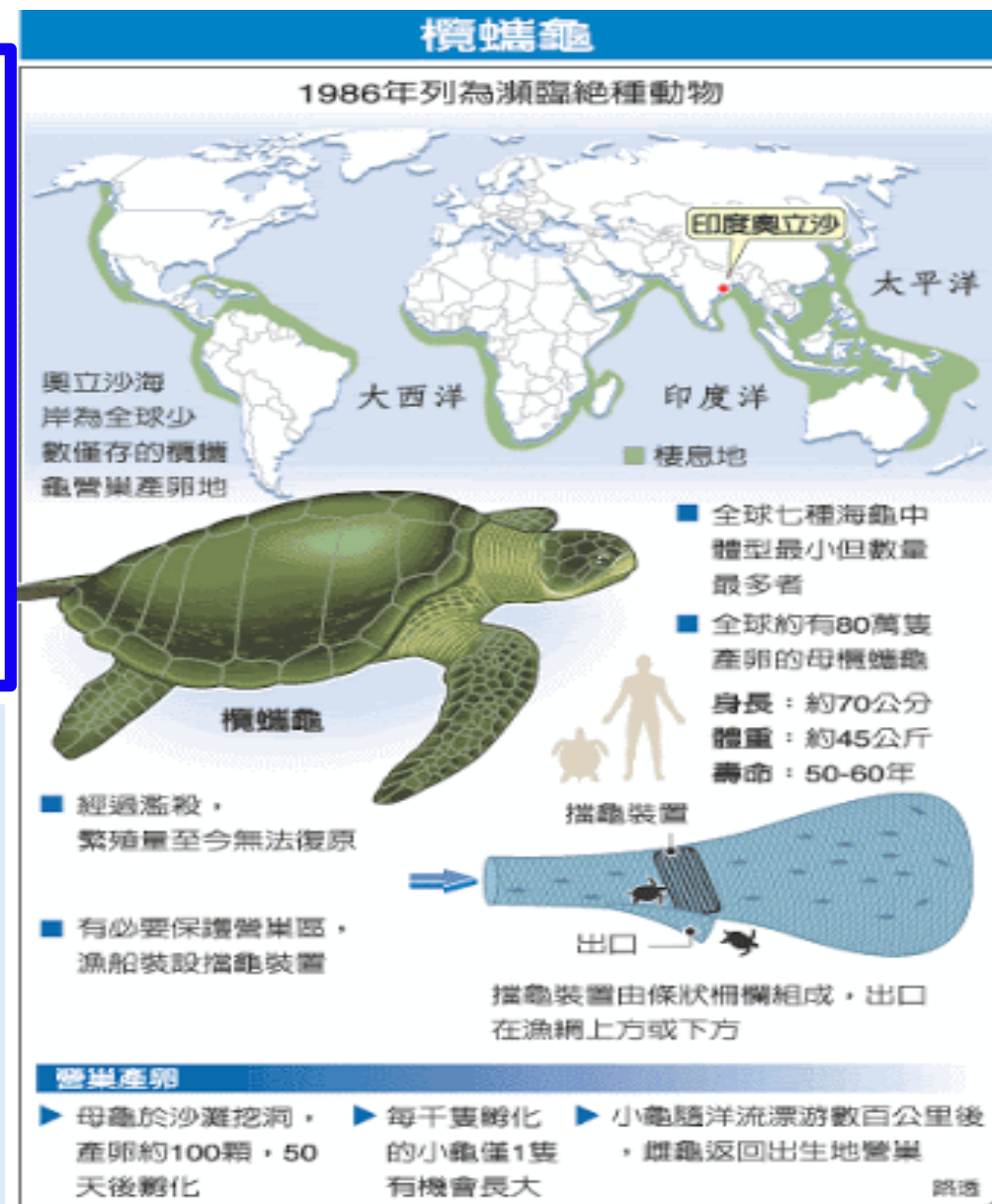
學生作品討論(二)



真實生活情境-科學性-生態-仲威

題型種類	☐ 單一題 ☒ 題組題
題型	☐ 選擇題 ☐ 是非題 ☒ 一般文字情境題
情境	☐ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☒ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☐ 運用(☐ 概念、 ☐ 事實、 ☒ 程序、 ☐ 推理) ☒ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。
學習表現/能力指標	n-III-8 理解以四捨五入取概數，並進行合理估算。
核心素養	☒ 數-E-A1 ☐ 數-E-A2 ☒ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☐ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念	比率與應用
分年細目/學習內容	

- 2017年某日，仲威趁假日出遊到臺灣東北角潛水，發現一隻玳瑁並成功通報。~~一則~~他所通報的玳瑁佔該區域海龜的幾分之幾？
- 臺灣統計回報~~者~~最多的地區，佔總回報~~者總~~數量的多少%？(以四捨五入法取至小數點以下~~後~~第一位)
- 綠蠐龜與欖蠐龜同為瀕臨絕種動物，產卵過程也大致相同，已知統計約有30萬隻產卵的母綠蠐龜，根據築巢產卵過程，50天後約能成功孵化多少隻小龜？



資料與不確定性-社會的-人口統計-子晴

已知右圖為2017年外籍(含中港澳)旅客遊覽景點所在縣市的排名。

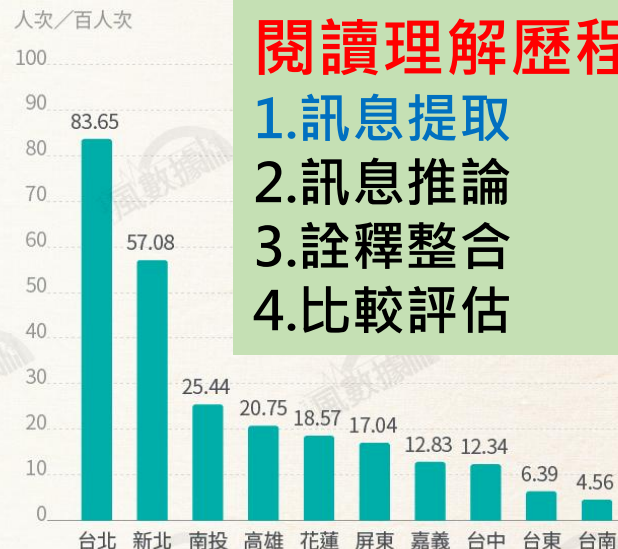
- ①請問去過2017年前往台北與南投遊玩的外籍(含中港澳)旅客各有多少人次？
- ②請問2017年前往各縣市遊覽的中港澳旅客人數由多至少遊覽過的縣市排名依序為何？
(請由人次多至人次少進行排列)
- ③從問題②已知台北不是中港澳旅客遊覽縣市排名的第一名，但是下圖的第一名卻是台北，為什麼呢？

題型種類	☐ 單一題 ☒ 題組題
題型	☐ 選擇題 ☐ 是非題 ☒ 一般文字情境題
情境	☒ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☐ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☒ 運用 (☐ 概念、 ☐ 事實、 ☒ 程序、 ☒ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	N-6-5 解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。 N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。 D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。
學習表現/能力指標	d-III-2 能從資料或圖表的資料數據，解決關於「可能性」的簡單問題。 n-III-10 嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題。
核心素養	☒ 數-E-A1 ☒ 數-E-A2 ☐ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☒ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念 分年細目/學習內容	百分率、推理

觀光客去哪兒？

根據觀光局抽樣調查，台北因佔有首都優勢，逾8成外籍旅客曾一遊台北；名列二、三的新北與南投，已與台北有不小的差距

2017年外籍(含中港澳)旅客遊覽景點所在縣市排名



閱讀理解歷程

1. 訊息提取
2. 訊息推論
3. 詮釋整合
4. 比較評估

註：受訪外籍旅客共計7320人，可複選

資料來源：交通部觀光局

觀光客去哪兒？

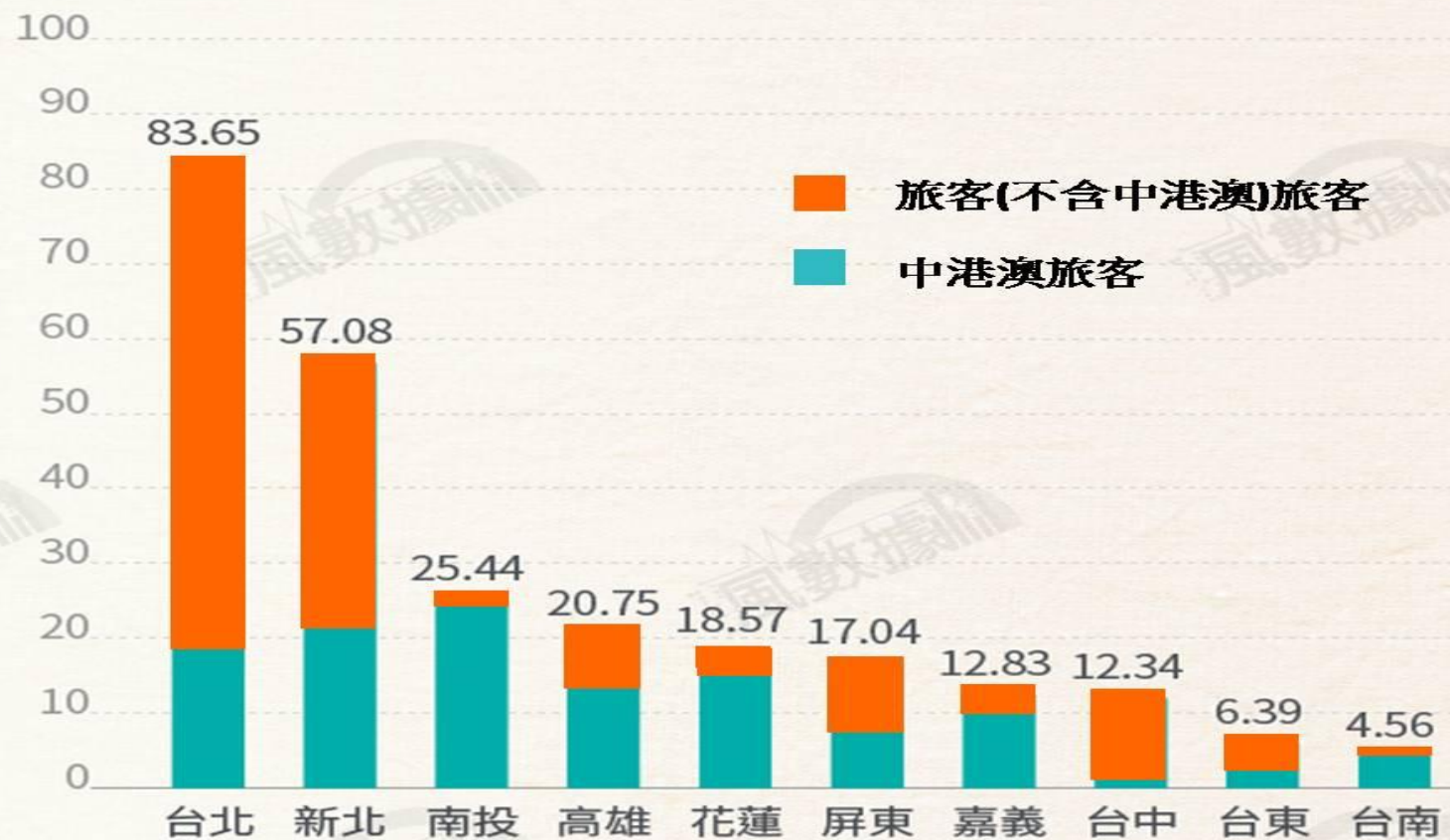


根據觀光局抽樣調查，台北因佔有首都優勢，逾8成外籍旅客曾一遊台北；名列二、三的新北與南投，已與台北有不小的差距



2017年外籍（含中港澳）旅客遊覽景點所在縣市排名

人次／百人次



註：受訪外籍旅客共計7320人，可複選

資料來源：交通部觀光局

資料與不確定性-個人的-旅遊-以青

題型	☐ 選擇題 ☐ 是非題 ☒ 一般文字情境題
情境	☒ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☐ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☒ 運用(☐ 概念、 ☐ 事實、 ☐ 程序、 ☒ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	D-6-2 解題:可能性。從統計圖表 資料,回答可能性問題。機率前置經驗。 「很有可能」、「很不可能」、「A比B可能」。
學習表現/能力指標	d-III-2 能從資料或圖表的資料數據,解決關於「可能性」的簡單問題。
核心素養	☐ 數-E-A1 ☐ 數-E-A2 ☒ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☐ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3
核心概念	
分年細目/學習內容	

高市去年觀光景點排名 (參觀人次超過100萬)			
排名	風景區	去年參觀人次	年增減率
1		741萬人次	-4.36%
2		498萬人次	+3.34%
3		427萬人次	-2.42%
4		400萬人次	-20.76%
5		238萬人次	+3.32%
6		218萬人次	-6.94%
7		189萬人次	+41.17%

註：打狗英國領事館排名第11，47.6萬人次、年減47.31%

資料來源：高雄市觀光局 製表：記者葛祐豪

老師發下一張高雄市去年熱門觀光景點的排名資料表(如左下圖表)，希望同學們能夠透過以下線索來完成此張排名資料表

線索1：進入前七名的景點有駁二、佛光山、文化中心、蓮池潭、澄清湖、科工館、旗津。

線索2：蓮池潭、文化中心、澄清湖的年增減率是正的。

線索3：蓮池潭的排名在前三名。

線索4：駁二、旗津、佛光山的參觀人數在400萬以上。

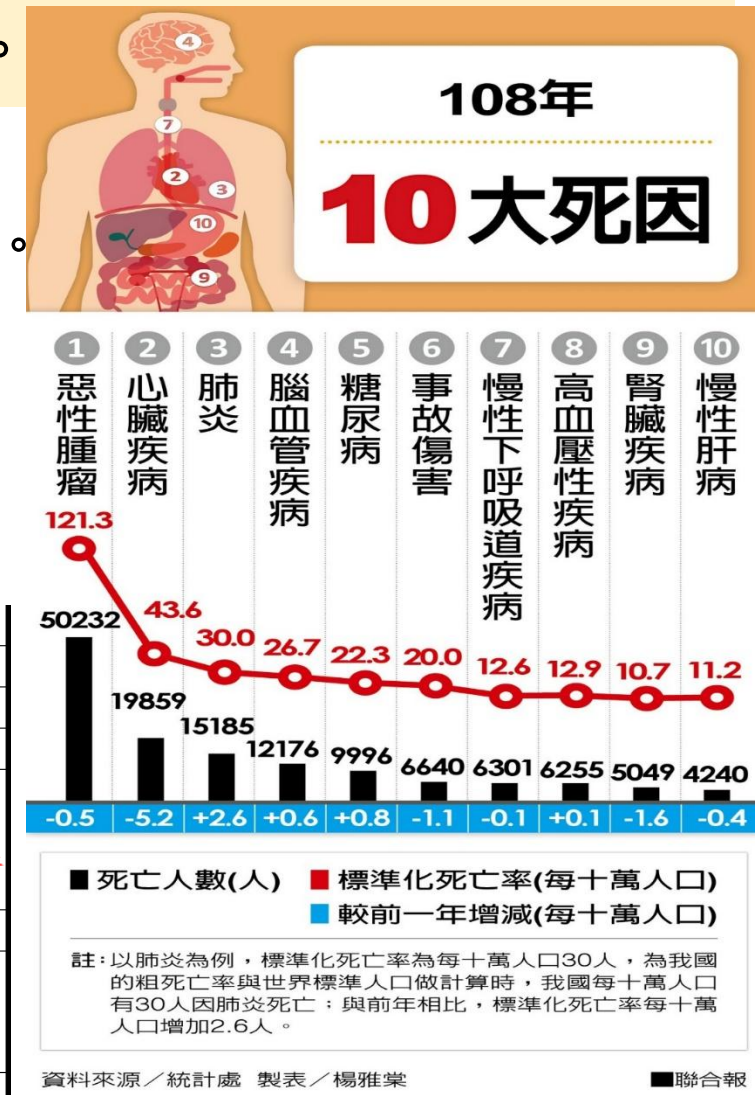
線索5：駁二、旗津的參觀人數相差27萬人。

線索6：駁二的參觀人數 - 文化中心的參觀人數 = 澄清湖的參觀人數。

數與量-個人的-健康-彥呈

右下圖表格為108年台灣10大死因統計結果。請依據圖表中的訊息回答判斷下列問題是否正確。正確的打O，錯誤的打X。

- (X)造成台灣人死亡的因素只有下列10種。
- (O)以圖中10種死因來說，與107年相比，排名順序不變。
- (X)107年台灣的死亡人數一定比108年台灣死亡人數還多。
- (X)死亡率跟標準化死亡率相同。
- (X)我們再得知台灣人口總數為23,603,121，則每十萬人口中有121.3人死於惡性腫瘤。



題型種類	☐ 單一題 ☒ 題組題
題型	☐ 選擇題 ☒ 是非題 ☐ 一般文字情境題
情境	☒ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☐ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☒ 運用 (☐ 概念、 ☐ 事實、 ☐ 程序、 ☒ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明 生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。 D-6-2 解題：可能性。從統計圖表資料，回答可能性問題。機率前置經驗。「很有可能」、「很不可能」、「A比B可能」。
學習表現/能力指標	d-III-2 能從資料或圖表的資料數據，解決關於「可能性」的簡單問題。
核心素養	☐ 數-E-A1 ☐ 數-E-A2 ☐ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☒ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念 分年細目/學習內容	解題：可能性。

數與量-個人的-健康-振皓1/2

你關心身體健康嗎?根據Yahoo與早安健康聯合進行的2020健康大調查的分析數據發現，**1.2萬名**的受訪民眾中，台灣有高達3成多的民眾都擔心肺部疾病。同時，肺部疾病相較於2018、2019年的調查中，從十名外的不被重視，首度躍升為第二名。在肺部疾病投票的人數中，**男性在意的比率為60%，遠高女性比率20%**。請根據上述文字**→**及右邊海報內容回答下面

1. 正在上學的瑞陽，最近發現自己有過敏的症狀，請問他需要關心身體哪個部位的健康?

(A)口腔 (B) **振皓** (C) **呼吸道** (D)婦科子宮

訊息提取

2. 根據調查數據，有多少位民眾更加關心心血管的健康? **訊息推論**

(A)108 位 (B)432 位 (C)1080 位 **(D)4320 位**

3. 在肺部疾病的投票中，男生投票人數與女生投票人數分別為多少位?

(A)男生 2520 人、女生 840 人 **(B)男生 2520 人，女生 1680 人**

(C)男生 2160 人，女生 1440 人 (D)男生 1680 人，女生 2520 人 **詮釋整合**



真實生活情境-個人的-健康-振皓2/2

題型	☐ 選擇題 ☐ 是非題 ☒ 一般文字情境題
情境	☒ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☐ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☒ 運用(☒ 概念、 ☒ 事實、 ☐ 程序、 ☒ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	N-5-8 小數的乘法：整數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。
學習表現/能力指標	n-III-7 理解小數乘法和除法的意義，能做直式計算與應用。 n-III-9 理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺
核心素養	☐ 數-E-A1 ☒ 數-E-A2 ☒ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☐ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念 分年細目/學習內容	N-5-8 小數的乘法 n-III-7 理解小數乘法和除法的意義 n-III-9 理解比例關係的意義

試題一：學生要會看圖表表達出的內容。

試題二：學生須根據圖表判斷心血管疾病的%數，再去做計算
選項分析 (A)對位錯誤、小數點數錯

$$\begin{array}{r} 12000 \\ \times 0.36 \\ \hline 72000 \\ 36000 \\ \hline 108000 \end{array}$$

(B)小數點數錯

$$\begin{array}{r} 12000 \\ \times 0.36 \\ \hline 72000 \\ 36000 \\ \hline 432000 \end{array}$$

(C)回答正確

(D)對位錯誤

$$\begin{array}{r} 12000 \\ \times 0.36 \\ \hline 72000 \\ 36000 \\ \hline 108000 \end{array}$$

試題三：學生需判斷肺部疾病的%數，並根據文章找出男女在意肺病的比率，理解男性在意的比率為60%，遠高女性比率20%之涵義，學生需知道比率合為1，得出男生比率60%、女生40%再去做計算

選項分析

(A)學生未了解比率之涵義，直接用 4200×0.6 得出男生人數，
 4200×0.2 得出女生人數

(B)回答正確

(C)總數為3600人，依照文字說明的三成多來出題，學生可能將文字中的三成多，理解為3成，而直接用文字中的30%來計算，未清楚理解文意

(D)答案為(B)的相反人數，為了看出學生是否理解男性在意的比率為60%，遠高女性比率20%之涵義，學生可能會將男女的比率寫相反



數與量-個人的-運動-瑞揚

題型種類	☐ 單一題 ☒ 題組題
題型	☐ 選擇題 ☐ 是非題 ☒ 一般文字情境題
情境	☒ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☐ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☐ 運用 (☐ 概念、 ☐ 事實、 ☐ 程序、 ☐ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	N-5-8 小數的乘法
學習表現/能力指標	n-III-7 理解小數乘法和除法的意義，能做直式計算與應用。 n-III-10 嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題。
核心素養	☐ 數-E-A1 ☐ 數-E-A2 ☒ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☐ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念	
分年細目/學習內容	

運動0.5小時所消耗的熱量 單位：大卡

	體重 單位：公斤			
運動項目	40KG	50KG	60KG	70KG
騎腳踏車	80	100	120	140
溜直排輪	102	128	153	178
慢跑	164	205	246	287
籃球	166	207	249	290
游泳-蛙式	126	160	189	220
跳繩	252	315	378	441

美國運動醫學會和心臟病協會都一致認同，每週透過體力活動運動累積消耗 1000 大卡的熱量，對健康有益。於是為了全家的健康，提高全家運動意願，爸爸制定以下獎勵目標：~~決定和媽媽及小皓實施運動計畫~~（爸爸：70kg/媽媽：50kg/瑞揚：40kg）。請根據上表回答問題幫助爸爸制定計畫。

累積消耗大卡	爸爸	媽媽	瑞揚
<1000	下禮拜要負責洗碗	下禮拜不能喝飲料	下週禮拜使用 3c 產品的時間少 2 個小時。
>1000	下禮拜消夜可多花 100 元	下禮拜可以多吃一天下午茶	下禮拜點心可以選擇自己想吃的

(1) 如果瑞揚小皓想選擇一項個禮拜運動，並且運動 8 個小時/週且只選擇一種運動。哪些運動會使他下週禮拜使用 3c 產品時間少 2 個小時？

(2) 為了增加親子互動，爸爸媽媽及小皓瑞揚全家決定禮拜六、日上午一起運動 1.5 小時以及下午運動 1.5 小時。下列哪一個安排會使得全家累積消耗大卡小於 1000？

- ① 早上跳繩，下午游泳 ② 早上跳繩，下午籃球
③ 早上溜直排輪，下午慢跑 ④ 早上騎腳踏車，下午溜直排輪

數與量-社會性-人口統計-睿宇

「生不如死」持續！首季出生人數較死亡人數少1.2萬人

人口成長持續亮紅燈！~~一~~依據內政部9日公布的最新人口統計，今年第1季出生人數共34,917人，年減13.6%；首季死亡人數合計47,626人，年增1.4%。死亡人數較出生多出12,709人，今年人口自然成長已連續三個月呈現「生不如死」現象，人口成長不容樂觀。(2021-04-10 13:39 經濟日報 / 記者翁至威 / 即時報導)

1.根據經濟日報四月初的報導，可以發現出生人數較去年大幅減少，而死亡人數亦較去年增加，造成「生不如死」的社會現象。請問：從報導中下表的資料，該如何計算去年的出生人數及死亡人數？

(A)出生人數: $34917/86.4$

(B)出生人數: $(34917/113.6) \times 100$

(C)死亡人數: $47626/98.6$

(D)死亡人數: $(47626/101.4) \times 100$

2.以下表中是2009年到2018年出生數和死亡數格。請問就將2009年到2017年的整年出生數出生數來做比較，哪一年的下半年出生數少於生數？

(A)2015

(B)2013

(C)2011

(D)2009

訊息

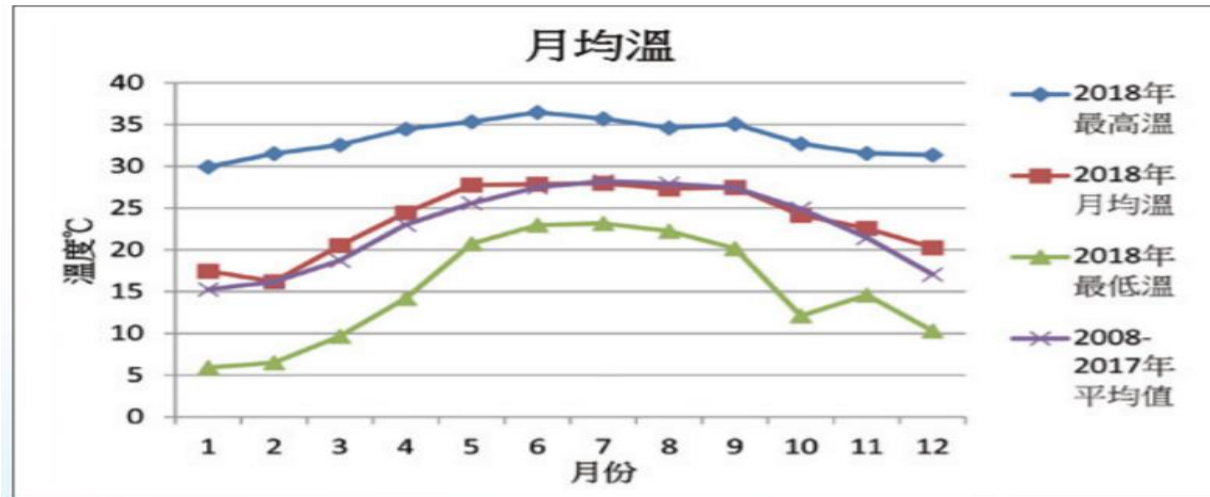
題型種類	☒ 單一題 ☐ 題組題
題型	☒ 選擇題 ☐ 是非題 ☐ 一般文字情境題
情境	☐ 個人 ☐ 職業 ☒ 社會 ☐ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☒ 運用(☐ 概念、 ☐ 事實、 ☐ 程序、 ☒ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	N-5-10 解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。
學習表現/能力指標	n-III-9 理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。
核心素養	☐ 數-E-A1 ☐ 數-E-A2 ☒ 數-E-A3 ☐ 數-E-B1 ☐ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念 分年細目/學習內容	學生能透過此題學會解讀部分與全體的關係及其意義。

詮釋整合

2009	9萬0801	19萬1310	14萬3382
單位：人	整理、製表：記者吳亮儀		

資料與不確定性-科學性-天氣(台南市)-佩紘

題型種類	☐ 單一題 ☒ 題組題
題型	☐ 選擇題 ☐ 是非題 ☒ 一般文字情境題
情境	☐ 個人 ☐ 職業 ☐ 社會 ☒ 科學 ☐ 建築與藝術
問題解決歷程	☐ 形成 ☒ 運用(☒ 概念、 ☐ 事實、 ☐ 程序、 ☒ 推理) ☐ 詮釋、評估
學習內容/分年細目	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。
學習表現/能力指標	d-II-1 報讀與製作一維表格、二維表格與長條圖，報讀折線圖，並據以做簡單推論。
核心素養	☐ 數-E-A1 ☐ 數-E-A2 ☐ 數-E-A3 ☒ 數-E-B1 ☐ 數-E-B2 ☐ 數-E-B3 ☐ 數-E-C1 ☐ 數-E-C2 ☐ 數-E-C3
核心概念 分年細目/學習內容	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。



根據醫學研究顯示，環境冷熱溫差過大，會造成鼻子因刺激而所引起的流鼻水、鼻塞、打噴嚏等症狀，此種現象稱為「溫差型過敏」。又研究報導顯示，對於溫差型過敏的人適合食用薄荷，而薄荷的生長環境是需要在平均溫度20-30度。請根據上圖回答下列問題：

1. 佩佩是溫差型過敏的小孩，請問她在2018年的哪兩個月過敏的狀況會比較嚴重？
2. 請問佩佩在2018年的哪兩個月份比較不容易在市場上找到薄荷？

真實生活情境-科學性-遺傳



男生目標身高＝

$$\frac{(\text{爸爸身高} + \text{媽媽身高} + 12)}{2} \pm 7\text{公分}$$



女生目標身高＝

$$\frac{(\text{爸爸身高} + \text{媽媽身高} - 12)}{2} \pm 5\text{公分}$$

5/30 新冠疫情確診地圖

康健

本土病例 **355** 例

今日新增 **266** 例

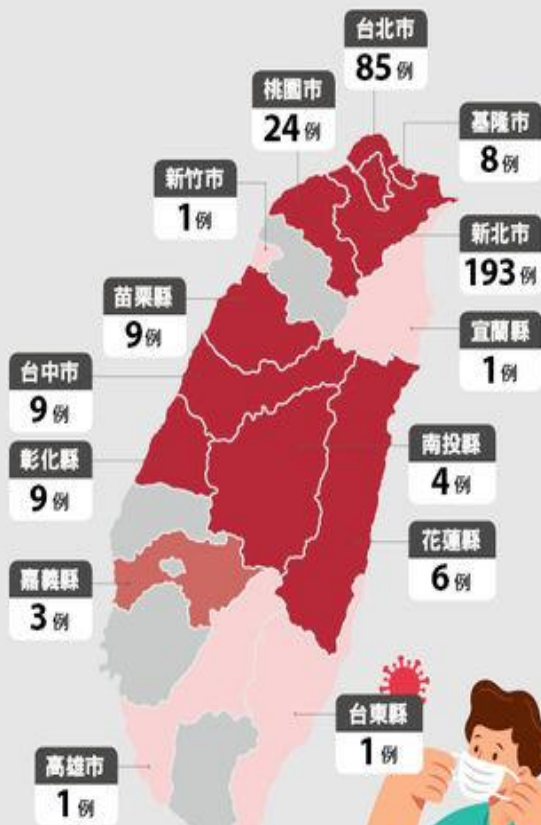
校正回歸 **89** 例

境外移入 **0** 例

· 新增本土病例性別：
123 男、143 女
· 年齡介於未滿 5 歲~90 多歲
· 發病日 / 採檢日：
2021 年 5 月 14 日~5 月 29 日

截至 5/29
國內累計：8,160 例確診
本土病例：6,974 例
境外移入：1,133 例
備註：死亡累計有 110 人

0-0
1-1
2-2
3-3
4 以上



資料來源：中央流行疫情指揮中心 整理：羅真 製圖：蕭智倫

新冠肺炎疫情速報

5月30日22:48止

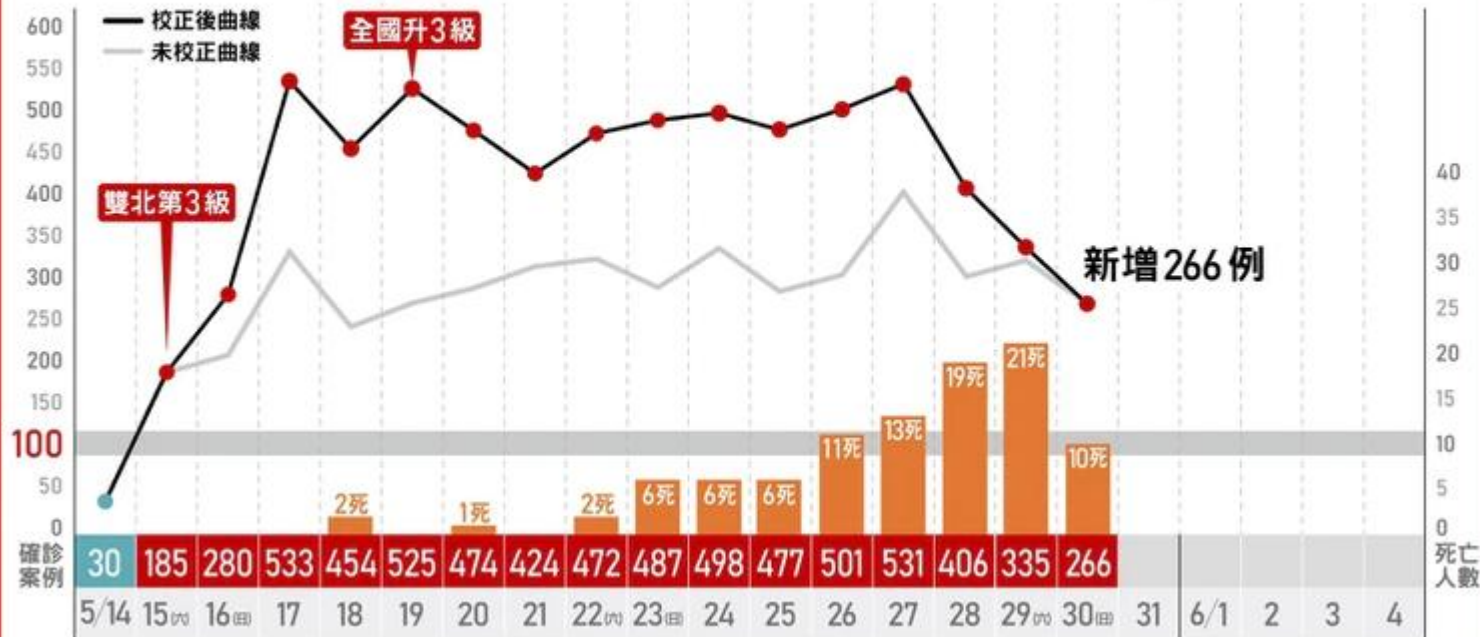
迄今分佈199國

台灣	確診 8,160	死亡 109
全球	確診 169,986,948	死亡 3,534,435
日本	確診 745,668	死亡 12,993
馬來西亞	確診 565,533	死亡 2,650

社區感染擴散指數

校正回歸 89 例
(本土病例)

蘋果新聞網製表



Homework



素養導向試題設計-PISA觀點

個人	與自我、家庭或同儕團體相關的議題。例如：食物準備、購物、遊戲、個人健康、個人交通、運動、旅遊、個人行程安排和個人理財。
職業	職場相關的議題。例如：建築物的測量、成本和材料訂購，工資/會計、質量控制調度/庫存、設計/架構、以及與工作相關的決策。
社會	與社群相關的議題。例如：投票制度、公共交通、政府、公眾政策、人口統計、廣告。
科學	有關數學如何應用在自然界、科學與科技的議題。例如：天氣或氣候、生態、醫學、太空科學、遺傳學和測量等領域。

★必須是學生會接觸到的範圍