



國立臺南大學
National University of Tainan

培育學生數學閱讀理解能力提升數學學習成就之理論與實務

陳致澄 教授
國立臺南大學 應用數學系

2025年11月05日(星期三)

國立臺南大學應用數學系陳致澄教授彙整



PISA將閱讀理解分為三個層次：擷取資訊、解讀資訊與省思資訊。您認為這三個層次中哪一個層次影響「數學閱讀理解」成果？

從一道數學問題談閱讀理解的重要性

數學問題

大雄在農場上飼養三種動物。他飼養的動物除了三隻外全都是綿羊；除了四隻外全都是山羊；除了五隻外全都是馬。請問，大雄各飼有多少隻上述動物呢？

解答篇與反思問題

解答篇

您的解題策略是.....

再次反觀 PISA（國際學生能力評估計畫）的閱讀理解，該評量計畫主要在評估15歲學生的閱讀素養，其核心在於理解、運用和反思文本內容。評估不僅止於資訊的提取，更著重於學生能否解讀資訊的意義，並運用閱讀能力實現個人目標、發揮潛能及參與社會。PISA 閱讀理解分為三個層次：擷取資訊、解讀資訊和省思資訊。

數學閱讀理解的重要性

從學生的負向表現來看

- 學生解題錯誤大多是因為對題意不了解，沒有弄清楚題目，僅對題目表面訊息尤其是關鍵字進行運算(林麗華，2006)。
- 陳碧祥、魏佐容(2011)發現：高成就學童解題較有策略；中成就學童解題容易粗心；低成就學童解題抓不到核心，無法理解題意。
- 現今教育著重數學及閱讀理解力的培養，但缺乏聯繫溝通的橋樑，教學現場發現，高達80%的學生懼怕數學文字題。

從閱讀理解正向影響來看

- 傳統數學題目言簡意賅，現今數學題目題幹的敘述如一篇短文，學生需閱讀短文以了解題意，建構所需的數學概念。但是，許多學生往往在冗長的文字敘述中模糊題意的焦點，因此，教導學生合宜的數學文字題閱讀理解的技巧具迫切需要性(陳慧姿，2009)。



閱讀是學習的起點



產生好奇

從片段資訊中對新知識
產生興趣



蒐集資料

透過各種管道尋找相關
資訊



閱讀理解

融入**文本閱讀活動**以理解
新知識。

很多人因為**缺乏數學閱讀理解能力**，無法透過閱讀文本學習數學，**使得數學成為無法終身學習的學科之一**。每位學習者以**具備終身學習能力**為目標，強調數學閱讀的必要性。

學生常見的閱讀理解錯誤

基準量與比較量問題

學生經常抓取題目中的數字就隨意計算。不願意好好閱讀題目、**找關鍵詞**、思考算式意義，也無法判斷答案是否符合題意。

數學學習思考，並寫下想法：

1. 什麼是基準量？比較量？

2. 閱讀以下敘述並回答問題，並寫下你判斷答案的原因：

甲：「我的年紀比乙大0.2倍。」

乙：「我們都是男生。」

甲：「我們是同個父母生的。」

乙：「我10歲。」

(1) 請問甲和乙的關係是？

(2) 甲幾歲？

(3) 誰是基準量？誰是比較量？

基準量就是被拿來當標準的，比較量就是要被比的。

用科學角度來看，基準就好像對照組，比較就好像實驗組~~~(是這樣嗎...?)

是的。

兄弟，乙是哥哥，甲是弟弟 X

2歲 X ← =

乙是基準量，甲是比較量

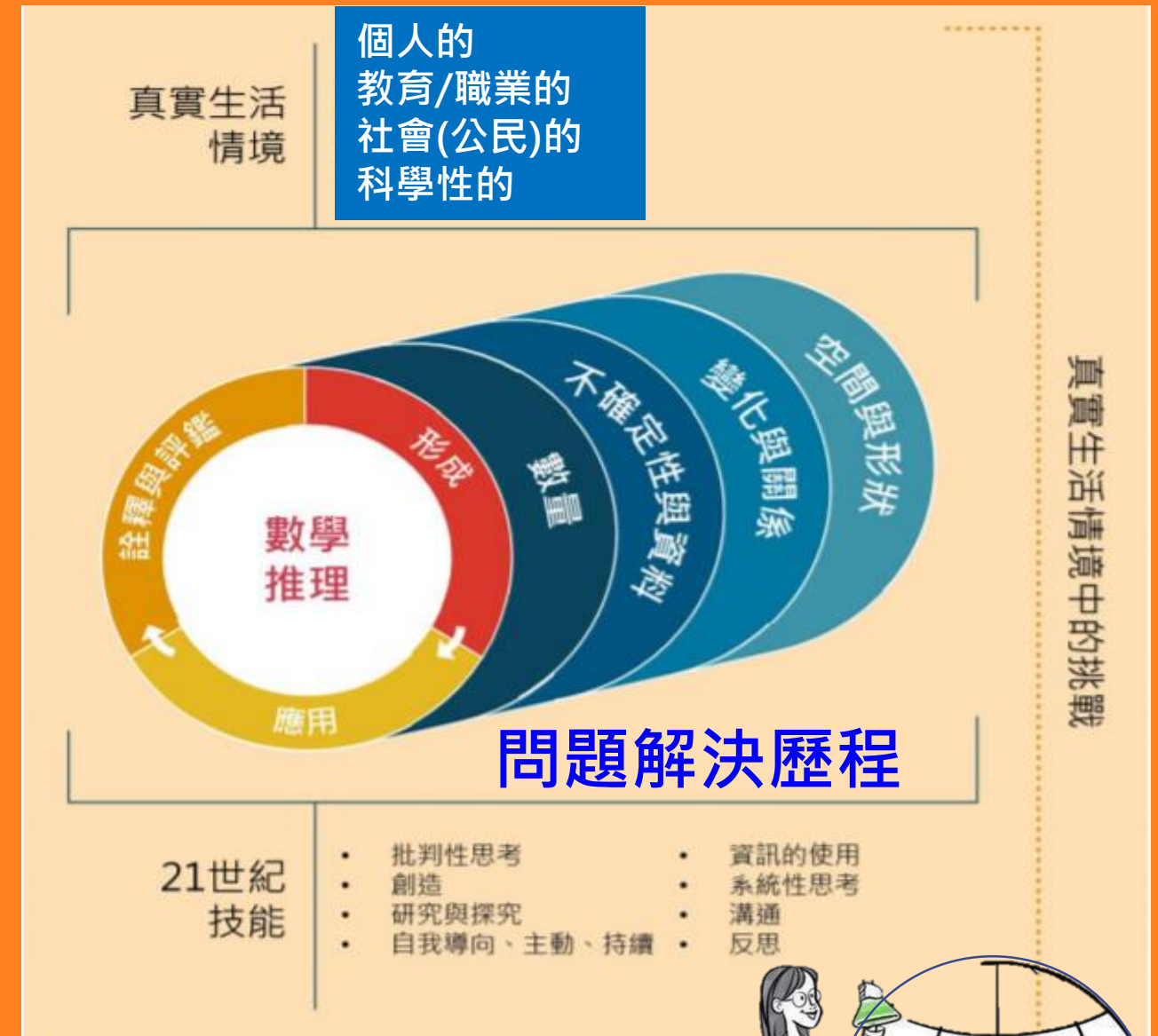


學生數學閱讀理解能力低落的原因

編號	原因	說明
	缺乏閱讀課本扉頁習慣	學生很少閱讀扉頁說明，缺乏對情境脈絡的掌握，無法掌握單元核心概念的意義。例如：容積單元中容量和容積的關係、單位換算等重要訊息都在扉頁。
	缺乏有效閱讀理解策略	因描述方式、專有名詞或特殊情境，學生無法有效轉換，產生「每個字都看得懂，但變成一句話時，卻有看沒有懂」的窘境。
	無法釐清迷思概念	對生活中未經常使用的特殊詞彙、符號表徵或單位，常因無法意會或轉換而產生迷思概念，且難以覺察。例如：混淆速率和距離的意義。
	無法系統性思考而看見規律性以推論公式	學生對於規律性無法理解其來源，變成只能用強記而非理解。例如：柱體與錐體的點、邊、面個數的關係；多邊形內角和公式。

大型測驗中的閱讀理解

PISA 評量試題





臺灣雖然降雨豐沛，但地形與地勢無法有效率的留住水資源，致使80%的水不是蒸發就是直奔大海，若再加上氣候變遷的威脅，則可能發生乾旱缺水的危機。2021年初臺灣本島西部地區就發生了大規模乾旱缺水事件，導致各地區進入不同程度的減壓供水、限水、停耕、歇業等情況，此為自從1947年以來最嚴重的乾旱，又被稱作「百年大旱」。

臺灣的水資源如此珍貴，但水價卻出奇的低廉，每1度的水費平均僅為9.24元，這樣的水價在全球排名為倒數第二低，且歐洲國家的平均水價幾乎為臺灣水價的3倍以上，臺灣水價甚至只有日本水價的 $\frac{1}{3}$ 。

「1度」的水不到10元，到底「1度」的水是多少呢？用1000毫升的寶特瓶來裝，可以裝滿幾瓶呢？



評量指標	N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。		
知識向度	數與計算	認知向度	解題思考

17. 一百多顆蘋果平分裝成 7 袋，每一袋有 16 顆，還剩下 5 顆。請問還要多少顆蘋果，才能和剩下的蘋果合起來裝滿一袋？

- ① 2 顆 (0.25)
- ② 5 顆 (0.09)
- ③ 9 顆 (0.09)
- ④ 11 顆 (0.57)

缺乏有效閱讀理解策略-敘述方式

通過率	0.57	鑑別度	0.41
-----	------	-----	------

評量指標	N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。		
知識向度	數與計算	認知向度	程序執行

11.

請問 $1\frac{1}{3} \times \frac{5}{8}$ 的積會在數線上哪個點的位置？

① A (0.15)

② B (0.43)

③ C (0.19)

④ D (0.23)

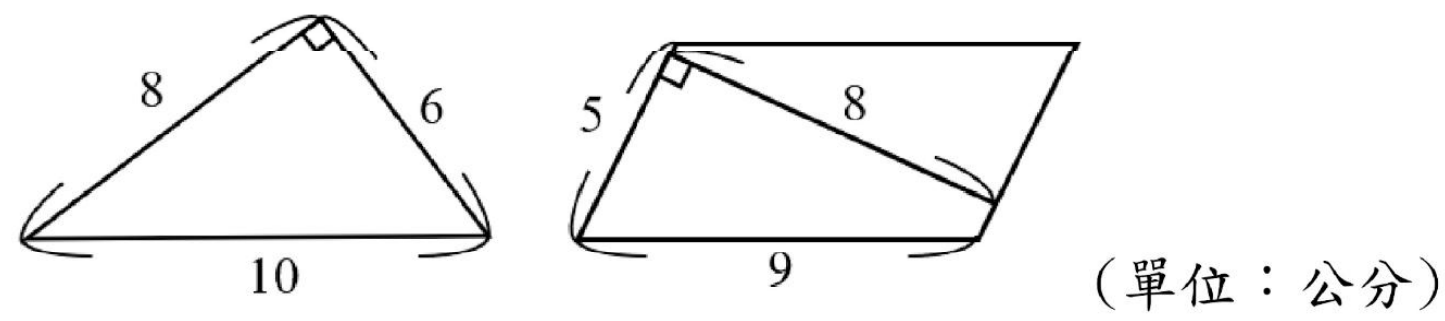
缺乏有效閱讀理解策略-因無法意會或轉換而產生迷思概念

通過率	0.43	鑑別度	0.5
-----	------	-----	-----



評量指標	S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。		
知識向度	空間與形狀	認知向度	程序執行

16. 下面是小明計算三角形面積和平行四邊形面積的算法和答案。



缺乏有效閱讀理解策略
-因無法意會或轉換而產生迷思概念

三角形面積： $6 \times 8 \div 2 = 48 \div 2 = 24$ ，答：24 平方公分
平行四邊形面積： $5 \times 8 = 40$ ，答：40 平方公分

哪個圖形的算法和答案都正確？

- ① 只有三角形面積正確 (0.29)
- ② 只有平行四邊形面積正確 (0.16)
- ③ 三角形面積和平行四邊形面積都正確 (0.32)
- ④ 三角形面積和平行四邊形面積都錯誤 (0.22)

通過率	0.32	鑑別度	0.35
-----	------	-----	------



學習內容

N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。

備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。

知識向度

數與計算

認知向度

概念理解

14.將 1 袋糖果平分成 3 堆，每堆大約有 300 顆糖果，下列哪個選項的答案最接近這 1 袋糖果的顆數？

- ① 748 顆 (20%)
- ② 890 顆 (53%)
- ③ 990 顆 (23%)
- ④ 1195 顆 (4%)

	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.32	0.06
2*	0.53	0.27	0.79
3	0.23	0.30	0.14
4	0.04	0.10	0.01
未作答	0.01		
通過率	0.53	鑑別度	0.52

0.40以上：試題品質非常優秀；
0.30～0.39：優良，但可能需要修改；
0.20～0.29：尚可，但通常需要修改；
0.19以下：劣，需要淘汰或修改。

數學教材中的閱讀理解



請於您當前任課班級的教材中，找出需要閱讀理解策略之數學問題 (請以 **XI/ 5-3/ 2**表示第11冊5-3的例題2)





學習內容

N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。

備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。

知識向度

數與計算

認知向度

概念理解

14.將 1 袋糖果平分成 3 堆，每堆大約有 300 顆糖果，下列哪個選項的答案最接近這 1 袋糖果的顆數？

- ① 748 顆 (20%)
- ② 890 顆 (53%)
- ③ 990 顆 (23%)
- ④ 1195 顆 (4%)

	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.32	0.06
2*	0.53	0.27	0.79
3	0.23	0.30	0.14
4	0.04	0.10	0.01
未作答	0.01		
通過率	0.53	鑑別度	0.52

0.40以上：試題品質非常優秀；
0.30～0.39：優良，但可能需要修改；
0.20～0.29：尚可，但通常需要修改；
0.19以下：劣，需要淘汰或修改。

有效的閱讀理解策略

數學解題的閱讀理解歷程



問題轉譯

理解句子意義，知道題目在問什麼？
需要語言知識與事實知識。



問題整合

整合陳述句形成連貫表徵，
找出問題類型,需要基模知識。



解題計畫

想出並監控解題策略，運用策略知識
完成解題。



解題執行

應用算術法則得到答案,完成問題解決。

數學閱讀理解的三種認知向度



一般閱讀理解

語文閱讀的理解能力



數學背景知識

學生已經學得的數學知識
及概念



數學特殊技能

數學解題的認知能力，
包括數學語言、符號圖
形轉換及解題能力

有效的閱讀理解策略

編號	閱讀理解策略	內涵說明
1	理解	◆ Astrid（1994）認為學生的困難是語法上的理解，尤其題目涉及多種操作性語言，若無法理解其語言內涵，自然不能衍生相對的經驗協助其理解。 ◆ 尤彥喬(2005)研究提出影響學童解文字題的主要原因是因為沒有將題目的字句轉譯成自己的資訊。 ◆ Polya提出真正成功解題需要自動化解碼的認知資源分配，理解佔非常重要的位置。
2	簡化	◆ 簡化問題是將文字題中的數據變小或用方便計算的數字替代，亦可將複雜的問題拆成幾個小問題來解決(鍾文淵，2005)。 ◆ Muth(1991)指出，學生在文字題上的解題能力會因文字題中無關訊息干擾而無法解決問題。

整理自陳碧祥、魏佐容（2011）。提升國小六年級學童數學文字題閱讀理解能力之研究。臺灣數學教師期刊，17

有效的閱讀理解策略

編號	閱讀理解策略	內涵說明
3	擬題	◆ 透過 擬題活動 可以增進學生對數學概念的理解，有助於 將知識連結到日常生活經驗 中（林德宗，1999）。
4	澄清	◆ 澄清策略是採交互教學法的精粹~遇困難而無法理解時，採取必要行動來了解文章的意義，也可採補救的行動（例如：繼續讀下去、重讀、對照前後文的脈絡關係、向他人求助或是查字典…等策略，以明確了解文章的意義，來增進閱讀理解的程度。 ◆ 澄清策略在學生閱讀文本時，可幫助學生監控 (monitor) 是否理解文意(Oczkus,2003)。
5	回顧	◆ Mason提到 回顧 主要在於 檢驗答案的正確性 ，針對 解題過程的關鍵點 進行反思，以便將來面對類似問題可以迎刃而解（李長柏，2002）。

整理自陳碧祥、魏佐容（2011）。提升國小六年級學童數學文字題閱讀理解能力之研究。臺灣數學教師期刊，17

數學策略-閱讀解題

Polya (1945) 《怎樣解題》

數學閱讀解題

- 理解問題
- 瞭解題意
(understanding the problem)

- 你明白問題的每字每句嗎？
- 你能否用自己的文字重述問題？
- 已知量和未知量為何？關係如何？
- 目的是什麼？ 資料足夠嗎？
- 有些什麼資料是不相關的？
- 這個問題「難」在哪裡？

1.語文知識

- (1)字、詞、句意義
- (2)句子的結構(條件句、關係句、疑問句)

2.內容知識

- (1)數學專有名詞
- (2)數學概念
- (3)數學公式

3.策略知識 (語詞替換、句式替換)

- (1)語詞替換
- (2)句式替換(例：肯定句與否定句的替換)

理解

- 設計解題策略
- 擬訂計畫
(devising a plan)

- 此問題跟曾解決過的問題類似？
- 可否用另一種型式表達？
- 可否試些簡單情況？
- 可否用另外型式表達有用資料？

- 1.數學表徵
- 2.列式

簡化

澄清

- 按步解題
- 執行計畫

- 你是否想出一個解題方法？
- 能否依這個方法計算下去？

1.計算、證明

- 回顧解答
- 回顧驗算
(looking back)

- 這個答案、方法正確嗎？
- 為什麼這個方法能得到正確答案？
- 哪(幾)個步驟是關鍵？
- 這方法能應用到類似的問題嗎？
- 有沒有其他方法？ 何者較佳？
- 如果問題的條件改變，情況會怎樣？

1.驗算

2.後設知識 (例如：策略評價)

回顧

學習內容	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。		
知識向度	數與計算	認知向度	解題思考

條件句- 繩子長304公分 / 關係句-繩子繞正方形周界一圈，還多出28 公分

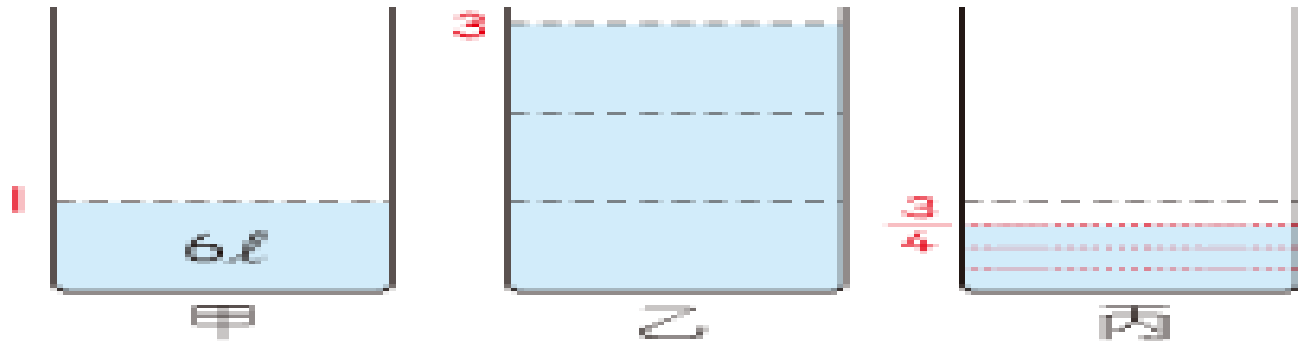
20.用一條長304 公分的繩子繞正方形周界一圈，繩子還多出28 公分，請問這個正方形的邊長是幾公分？

- ① 48 公分 (11%)
- ② 69 公分 (36%)
- ③ 76 公分 (35%)
- ④ 83 公分 (16%)

步驟	圖示與列示
瞭解題意	1.語文知識-條件句/關係句 2.內容知識 (1)數學概念/周界 (2)數學公式/正方形周長
擬訂計畫	1.數學表徵 

	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.18	0.05
2*	0.36	0.18	0.65
3	0.35	0.37	0.24
4	0.16	0.24	0.06
未作答	0.02		
通過率	0.36	鑑別度	0.47
0.40以上：試題品質非常優秀； 0.30～0.39：優良，但可能需要修改； 0.20～0.29：尚可，但通常需要修改； 0.19以下：劣，需要淘汰或修改。			

有三個水桶，甲裝 6 公升的水，乙的水量是甲的 3 倍，丙的水量是甲的 $\frac{3}{4}$ 倍。



乙和丙裡的水量各是多少公升？

把甲的水量當作基準量 1，再分別畫出乙、丙的水量。



Polya (1945)	數學文本閱讀理解教學策略
瞭解題意	1.語文知識（理解字、詞、句的意義；句子的結構） (1)句子的結構（條件句、關係句、疑問句） 2.內容知識 (1)數學專有名詞 (2)數學概念 (3)數學公式 3.策略知識（語詞替換、句式替換） (1)語詞替換 (2)句式替換（例如：肯定句與否定句的替換）
擬定計劃	1.數學表徵 2.列式
執行計劃	計算、證明
檢討反省	1.驗算 2.後設知識（例如：策略評價）



學習內容	條目及說明	對應冊別/單元
S-6-4	柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積＝底面積×高」的公式 簡單複合形體體積。	

- (1)想一想，A~E分別代表右邊哪一個圓柱體？說說看，為什麼？
- (2)哪一個圓柱體體積最大？哪一個最小？說說看，為什麼？

